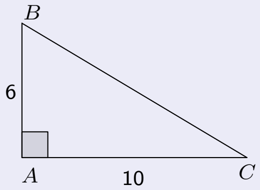
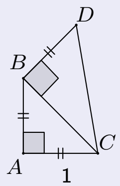
# Géométrie (1)

### Exercice 1




Calculer $BC$.

### Exercice 2




Calculer $DC$.

### Réponse exercice 1

Théorème de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 10^2$
$BC^2 = 136$
$BC = \sqrt{136}$

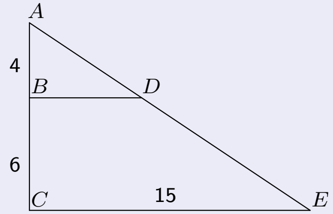
### Réponse exercice 2

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 1^2 + 1^2 = 2$
$DC^2 = BC^2 + BD^2 = 2 + 1^2 = 3$
$DC = \sqrt{3}$.



# Géométrie (2)

### Exercice




$(BD)$ et $(CE)$ sont parallèles.
Calculer $BD$.

### Solution

Thalès :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE} = \frac{AD}{AE}$$

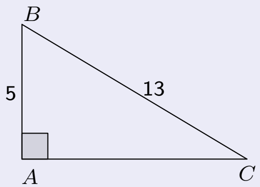
$$\frac{4}{10} = \frac{BD}{15} = \frac{AD}{AE}$$

Donc $BD = \frac{4 \times 15}{10} = 6$.



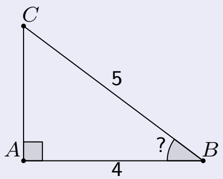
# Géométrie (3)

### Exercice 1




Calculer $AC$.

### Exercice 2




$\widehat{ABC} \approx ?$

### Réponse exercice 1

Théorème de Pythagore :
$13^2 = 5^2 + AC^2$
Donc $AC^2 = 169 - 25 = 144$
Donc $AC = \sqrt{144} = 12$.

### Réponse exercice 2

$ABC$ est un triangle rectangle en $A$.
$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$.
Calculatrice `2nde cos (4/5)`.
On obtient $\widehat{B} \approx 37^\circ$.



# Géométrie (4)

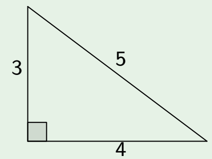
### Exercice 1

Calculer l'aire d'un triangle rectangle de côtés 3 cm, 4 cm, et 5 cm.

### Exercice 2

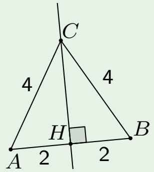
Calculer l'aire d'un triangle équilatéral de côté 4 cm.

### Réponse exercice 1




Aire$= \frac{3 \times 4}{2} = 6$ cm$^2$

### Réponse exercice 2



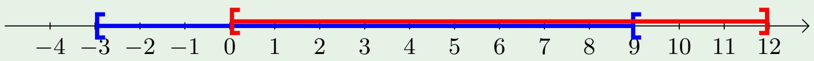

Aire$_{ABC} = \frac{AB \times HC}{2} = \frac{4HC}{2} = 2HC$.
Pythagore dans $AHC$ :
$HC = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$
Aire$_{ABC} = 2\sqrt{12}$.

## Réunion et intersection d'intervalles (1)

### Exercice

1. Déterminer $[-3;9[\cap[0;12]$.
2. Déterminer $[-3;9[\cup[0;12]$.

### Réponses




1. $[-3;9[\cap[0;12]=[0;9[$ car on cherche les nombres en bleu **et** en rouge.
2. $[-3;9[\cup[0;12]=[-3;12]$ car on cherche les nombres en bleu **ou** en rouge.

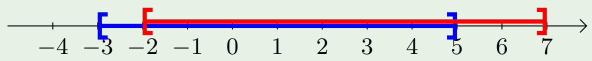


## Réunion et intersection d'intervalles (2)

### Exercice

1. Déterminer $[-3;5]\cap[-2;7]$.
2. Déterminer $[-3;5]\cup[-2;7]$.

### Réponses




1. $[-3;5]\cap[-2;7]=[-2;5]$ car on cherche les nombres en bleu **et** en rouge.
2. $[-3;5]\cup[-2;7]=[-3;7]$ car on cherche les nombres en bleu **ou** en rouge.

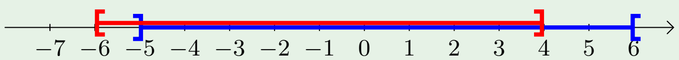


## Réunion et intersection d'intervalles (3)

### Exercice

1. Déterminer $]-5;6[\cup[-6;4]$.
2. Déterminer $]-5;6[\cap[-6;4]$.

### Réponses




1. $]-5;6[\cup[-6;4]=[-6;6[$ car on cherche les nombres en bleu **ou** en rouge.
2. $]-5;6[\cap[-6;4]=]-5;4]$ car on cherche les nombres en bleu **et** en rouge.

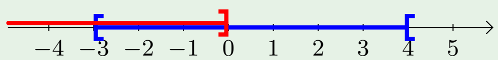


## Réunion et intersection d'intervalles (4)

### Exercice

1. Déterminer $[-3;4[\cap]-\infty;0]$.
2. Déterminer $[-3;4[\cup]-\infty;0]$.

### Réponses




1. $[-3;4[\cap]-\infty;0]=[-3;0]$ car on cherche les nombres en bleu **et** en rouge.
2. $[-3;4[\cup]-\infty;0]=]-\infty;4[$ car on cherche les nombres en bleu **ou** en rouge.

## Calculs avec fractions, puissances, racines carrées (1)

**Calculer**

$A=\frac{7}{4}-\frac{1}{4}:\left(3-\frac{1}{2}\right)$ ; $\quad B=\frac{10^4\times(10^2)^3}{10^{-3}}$; $\quad C=(1+\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$.

**Réponses**

$A=\frac{7}{4}-\frac{1}{4}:\frac{5}{2}=\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{7}{4}-\frac{2}{20}=\frac{35}{20}-\frac{2}{20}=\boxed{\frac{33}{20}}$.

$B=\frac{10^4\times10^6}{10^{-3}}=\frac{10^{10}}{10^{-3}}=\boxed{10^{13}}$.

$C=1\times2+1\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times2+\sqrt{5}\times\sqrt{5}$
$C=2+\sqrt{5}+2\sqrt{5}+5$
$C=\boxed{7+3\sqrt{5}}$.



## Calcul littéral : réduire une expression (1)

**Réduire, si possible, les expressions suivantes :**

$A=6x+3x$ $\quad B=8+2x$ $\quad C=7\times3x$
$D=5x\times2x$ $\quad E=-9x^2+4x^2$
$F=-9x^2+5-8x+7x^2-3x-4$
$G=\frac{2x}{3}+5x^2-\frac{x}{2}-\frac{2x^2}{3}$ $\quad H=x^2+\frac{x-x^2}{3}-x$

**Réponses**

$A=9x$ $\quad B=8+2x$ $\quad C=21x$
$D=10x^2$ $\quad E=-5x^2$
$F=-2x^2-11x+1$
$G=\frac{13}{3}x^2+\frac{x}{6}$ $\quad H=\frac{2}{3}x^2-\frac{2}{3}x$



## Calcul littéral : réduire une expression (2)

**Réduire, si possible, les expressions suivantes :**

$A=2x^2-4x^2$ $\quad B=-4x-5x$ $\quad C=5x+4x^2$
$D=-4x-6+7x$ $\quad E=15-5x^2+4x+6x^2+3x-10$
$F=-x+\frac{x}{8}$
$G=x\times x+x\times y\times z-2x\times3z\times y+2z\times z\times x\times y-2x^2$
$H=5x\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{8}x\times2x\sqrt{3}-4\sqrt{2}x+x\times(\sqrt{169}-6)\times\frac{-x}{4}$

**Réponses**

$A=-2x^2$ $\quad B=-9x$ $\quad$ On ne peut pas réduire $C$
$D=3x-6$ $\quad E=x^2+7x+5$
$F=-\frac{7}{8}x$
$G=2xyz^2-5xyz-x^2$
$H=-x^2+\sqrt{2}x$



## Calcul littéral : développer (1)

**Exercice**

Développer et réduire les expressions suivantes :

1. $J=(2x-3)(x+5)-4(2x-1)$
2. $L=(2x-3y)^2$
3. $O=\left(\sqrt{7}-\sqrt{21}\right)^2$

**Réponses**

1. $J=2x^2+10x-3x-15-8x+4=2x^2-x-11$
2. $L=4x^2-12xy+9y^2$
3. $O=7-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{21}+21=28-14\sqrt{3}$

## Calcul littéral : factoriser (1)

**Factoriser les expressions suivantes :**

1. $A = x(2x+3) - 7(2x+3)$
2. $B = (3x-1)(x-2) - (2x+5)(3x-1)$
3. $C = 16x^2 - 81$
4. $D = 9x^2 + 12x + 4$
5. $E = (3x-4)^2 - 49$

**Réponses**

1. $A = (x-7)(2x+3)$
2. $B = (3x-1)(-x-7)$
3. $C = (4x-9)(4x+9)$
4. $D = (3x+2)^2$
5. $E = [(3x-4)+7][(3x-4)-7] = (3x+3)(3x-11)$



## Calcul littéral : factoriser (2)

**Factoriser les expressions suivantes :**

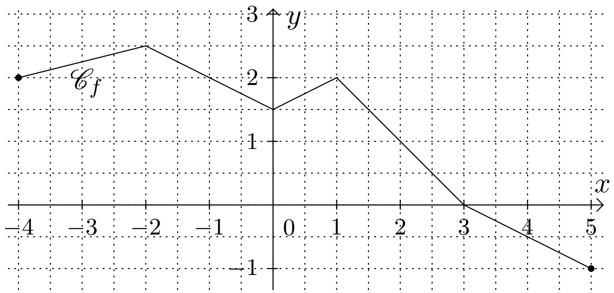
1. $A = 8(5x+2) - x(5x+2)$
2. $B = (7x-4)(x-3) - (5x+2)(7x-4)$
3. $C = 81x^2 - 49$
4. $D = 25x^2 + 60x + 36$
5. $E = (7x-3)^2 - 16$

**Réponses**

1. $A = (8-x)(5x+2)$
2. $B = (7x-4)[(x-3)-(5x+2)] = (7x-4)(-4x-5)$
3. $C = (9x-7)(9x+7)$
4. $D = (5x+6)^2$
5. $E = [(7x-3)+4][(7x-3)-4] = (7x+1)(7x-7)$



## Résolution graphique d'équations et d'inéquations (1)




Résoudre graphiquement les équations et les inéquations suivantes :

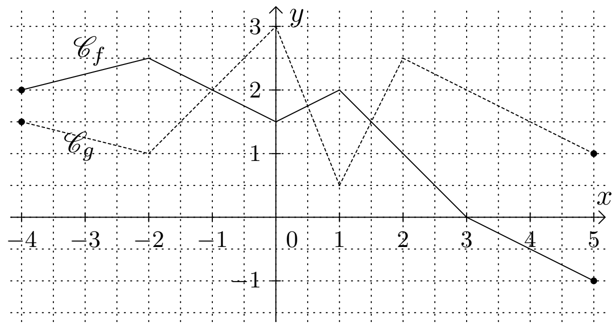
1) $f(x) = 2{,}5$ 2) $f(x) = 5$ 3) $f(x) = -1$
4) $f(x) \geqslant 0$ 5) $f(x) < 2$.

**Réponses**

1) $\mathscr{S} = \{-2\}$ 2) $\mathscr{S} = \varnothing$ 3) $\mathscr{S} = \{5\}$
4) $\mathscr{S} = [-4\,;3]$ 5) $\mathscr{S} = ]-1\,;1[\cup]1\,;5]$.



## Résolution graphique d'équations et d'inéquations (2)




Résoudre graphiquement les équations et les inéquations suivantes :

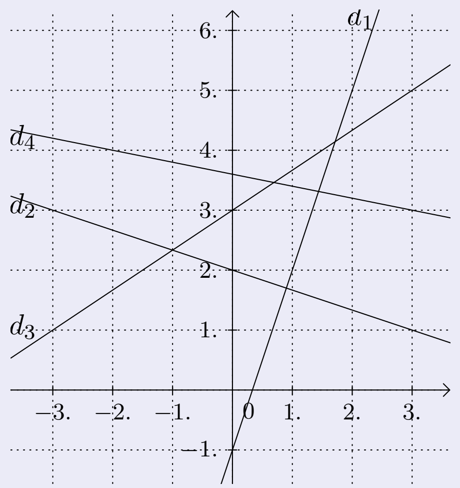
1) $f(x) = g(x)$ 2) $f(x) > g(x)$ 3) $f(x) \leqslant g(x)$.

**Réponses**

1) $\mathscr{S} = \{-1\,;0{,}5\,;1{,}5\}$ 2) $\mathscr{S} = [-4\,;-1[\cup]0{,}5\,;1{,}5[$
3) $\mathscr{S} = [-1\,;0{,}5] \cup [1{,}5\,;5]$.

## Équations de droites (1)

**Déterminer les équations des droites :**



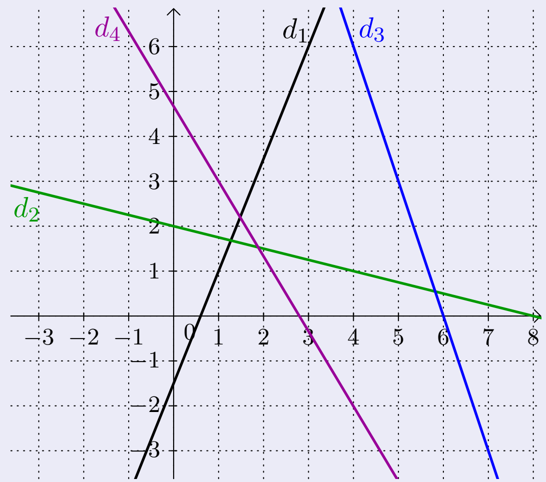

**Réponses**

1. $d_1 : y = 3x - 1$
2. $d_2 : y = -\dfrac{1}{3}x + 2$
3. $d_3 : y = \dfrac{2}{3}x + 3$
4. $d_4 : y = -\dfrac{1}{5}x + \dfrac{18}{5}$



## Équations de droites (2)

**Déterminer les équations des droites :**




**Réponses**

1. $d_1 : y = \dfrac{5}{2}x - \dfrac{3}{2}$
2. $d_2 : y = -\dfrac{1}{4}x + 2$
3. $d_3 : y = -3x + 18$
4. $d_4 : y = -\dfrac{5}{3}x + \dfrac{14}{3}$



## Mise sous forme canonique (1)

**Exercice**

Mettre sous forme canonique

1. $f(x) = x^2 - 20x + 30$
2. $g(x) = 9x^2 + 18x + 1.$

**Réponses**

1. $$f(x) = (x-10)^2 - 100 + 30$$ $$f(x) = (x-10)^2 - 70$$
2. $$g(x) = 9(x^2 + 2x) + 1$$ $$g(x) = 9((x+1)^2 - 1) + 1$$ $$g(x) = 9(x+1)^2 - 9 + 1$$ $$g(x) = 9(x+1)^2 - 8$$



## Mise sous forme canonique (2)

**Mettre sous forme canonique :**

1. $f(x) = 5x^2 + 70x + 237$
2. $g(x) = x^2 + 3x + 1$
3. $h(x) = -x^2 + 2x + 5$

**Réponses**

1. $f(x) = 5(x^2 + 14x) + 237 = 5((x+7)^2 - 49) + 237$
   $f(x) = 5(x+7)^2 - 245 + 237 = \boxed{5(x+7)^2 - 8}$
2. $g(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 1 = \boxed{\left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{5}{4}}$
3. $h(x) = -(x^2 - 2x) + 5 = -((x-1)^2 - 1) + 5 = -(x-1)^2 + 1 + 5$
   $h(x) = \boxed{-(x-1)^2 + 6}$

## Second degré (1)

**Résoudre les équations suivantes :**

1. $2x^2 - 12x + 18 = 0$
2. $x^2 - x + 6 = 0$
3. $3x^2 + 4x - 1 = 0$

**Réponses**

1. L'équation équivaut à $x^2 - 6x + 9 = 0$, donc à $(x-3)^2 = 0$. L'ensemble des solutions est $\boxed{\mathscr{S} = \{3\}}$.
2. C'est une équation du second degré. Discriminant : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1 - 24 = -23$. Comme $\Delta < 0$, $\boxed{\mathscr{S} = \varnothing}$.
3. $\Delta = 4^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 16 + 12 = 28$. Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions : $x_1 = \frac{-4-\sqrt{28}}{6}$ et $x_2 = \frac{-4+\sqrt{28}}{6}$. On simplifie et on trouve $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\frac{-2-\sqrt{7}}{3}; \frac{-2+\sqrt{7}}{3}\right\}}$.



## Second degré (2)

**Déterminer les racines des trinômes suivants :**

1. $2x^2 + 3x - 2$
2. $3x^2 - 4x + 1$
3. $8x^2 - 2x - 1$

**Réponses**

1. $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 9 + 16 = 25 > 0$. Il y a donc deux racines : $x_1 = \frac{-3-\sqrt{25}}{4} = \frac{-3-5}{4}$ et $x_2 = \frac{-3+\sqrt{25}}{4} = \frac{-3+5}{4}$, c.-à-d. $\boxed{-2 \text{ et } \frac{1}{2}.}$
2. $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 1 = 16 - 12 = 4 > 0$. Il y a donc deux racines : $x_1 = \frac{4-2}{6}$ et $x_2 = \frac{4+2}{6}$, c.-à-d. $\boxed{\frac{1}{3} \text{ et } 1.}$
3. $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 8 \times (-1) = 4 + 32 = 36 > 0$. Il y a donc deux racines : $x_1 = \frac{2-6}{16}$ et $x_2 = \frac{2+6}{16}$, c.-à-d. $\boxed{\frac{-1}{4} \text{ et } \frac{1}{2}.}$



## Second degré (3)

**Factoriser si possible les trinômes suivants en un produit de polynômes de degré 1 :**

1. $3x^2 - 6x - 9$
2. $-x^2 - 12x + 28$
3. $-x^2 + 5x - 10$.

**Réponses**

1. $3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3)$. Le discriminant de $x^2 - 2x - 3$ est $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$. Donc il y a deux racines : $x_1 = \frac{2-4}{2} = -1$ et $\frac{2+4}{2} = 3$. On en déduit la factorisation : $3x^2 - 6x - 9 = \boxed{3(x+1)(x-3)}$.
2. $\Delta = 256$, puis $x_1 = \frac{12-16}{-2} = 2$, $x_2 = \frac{12+16}{-2} = -14$. Donc $-x^2 - 12x + 28 = \boxed{-(x-2)(x+14)}$.
3. $\Delta = -15 < 0$, donc on ne peut pas factoriser $-x^2 + 5x - 10$.



## Second degré (4)

**Factoriser si possible les trinômes suivants en un produit de polynômes de degré 1 :**

1. $3x^2 + 7x + 2$
2. $16x^2 + 24x + 9$
3. $x^2 - 4x - 1$

**Réponses**

1. $\Delta = 7^2 - 4 \times 3 \times 2 = 49 - 24 = 25 > 0$ donc il y a deux racines : $x_1 = \frac{-7-\sqrt{25}}{6} = -2$ et $x_2 = \frac{-7+\sqrt{25}}{6} = -\frac{1}{3}$. Donc
$$3x^2 + 7x + 2 = \boxed{3(x+2)\left(x + \frac{1}{3}\right)}.$$
2. $\Delta = 24^2 - 4 \times 16 \times 9 = 576 - 576 = 0$. Il y a donc une seule racine : $x_0 = \frac{-24}{32} = \frac{-3}{4}$. Donc
$$16x^2 + 24x + 9 = \boxed{16\left(x + \frac{3}{4}\right)^2}.$$
3. $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 16 + 4 = 20 > 0$. $x_1 = \frac{4-\sqrt{20}}{2} = 2 - \sqrt{5}$ et $x_2 = \frac{4+\sqrt{20}}{2} = 2 + \sqrt{5}$. Donc $x^2 - 4x - 1 = \boxed{(x - 2 + \sqrt{5})(x - 2 - \sqrt{5})}$.