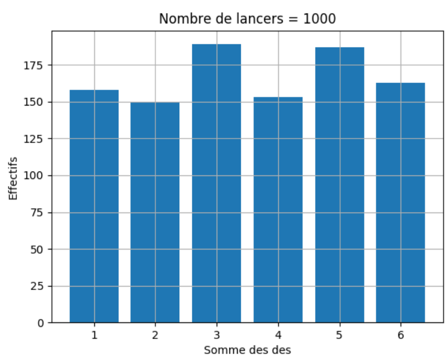
Aide-mémoire LaTeX

Table des matières

1 Insérer une image



2 Encadrer des petits contenus

Encadrer dans une formule :
$3x^2 = 18 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{18}{3} \Leftrightarrow x^2 = 6 \Leftrightarrow \boxed{x = \sqrt{6}}$ ou $\boxed{x = -\sqrt{6}.}$
Encadrer du texte :
$4x^2 = -20 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{-20}{4} \Leftrightarrow x^2 = -5$. Donc $\boxed{\text{il n'y a pas de solution.}}$

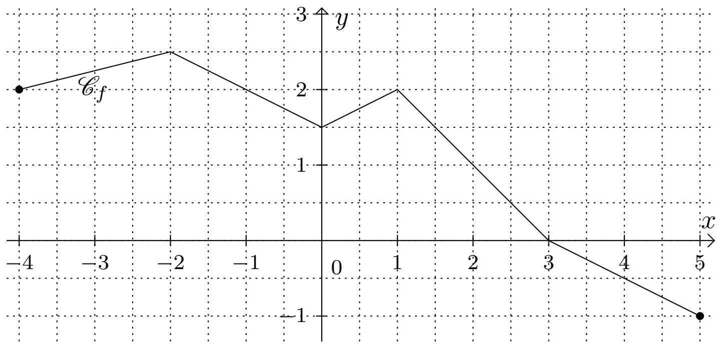
3 Encadrer un paragraphe

Cela peut servir pour encadrer un résultat important.

Propriété (Condition de colinéarité) Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires :

- si et seulement si leurs coordonnées sont proportionnelles ;
- si et seulement si $xy' - x'y = 0$.

4 Insérer une figure tikz



5 Écrire un algorithme en langage naturel

```
N prend la valeur 4
S prend la valeur 0
Pour K allant de 1 a N
   S ← S+6*K
FinPour
Afficher S
```

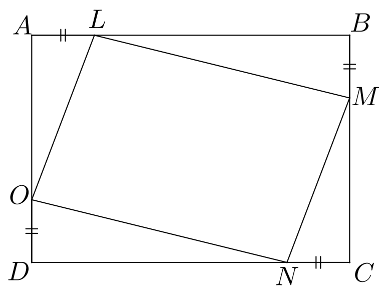
6 Afficher un programme Python

```python
# Avec une version de Python installee
import matplotlib.pyplot as plt
import random
plt.grid(True)
plt.xlabel("Somme des des")
plt.ylabel("Effectifs")
effectif = 0
nb_tirages = 1000
plt.title("Nombre de lancers = "+str(nb_tirages))
liste_valeurs   = [1, 2, 3, 4, 5, 6]
liste_resultats = [0, 0, 0, 0, 0, 0]
for i in range(nb_tirages):
    de = random.randint(1, 6)
    liste_resultats[de-1] += 1
plt.bar(liste_valeurs, liste_resultats)
plt.show()
```

7 Minipages

Minipages sans alignement particulier

Problème
$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 7$ et $BC = 5$. On définit L un point du segment $[AB]$, M un point du segment $[BC]$, N un point du segment $[CD]$ et O un point du segment $[DA]$ tels que $AL = BM = CN = DO$.
Où doit-on placer le point L afin que l'aire du quadrilatère $LMNO$ soit minimale ?



Minipages alignées verticalement en haut

Exercice

Écrire un script de 2 ou 3 lignes, qui permet d'afficher en sortie les 31 lignes suivantes :

```
1 janvier
2 janvier
3 janvier
...
28 janvier
29 janvier
30 janvier
31 janvier
```

Exercice

Combien de points affiche le script suivant ? Expliquer.

```python
for i in range(0,6):
    print(".",end="")
for j in range(0,5):
    print(".",end="")
```

Exercice

Et celui-ci ? Expliquer.

```python
for i in range(0,6):
    for j in range(0,5):
        print(".",end="")
```

Minipages avec un trait de séparation

Exécuter le script suivant, et noter ce qui est affiché dans la console :

```python
a = 0
while a < 5 :
    a = a + 1
    print(a)
```

Tant que la condition `a < 5` est vraie, on exécute le bloc d'instruction qui a été indenté.

Vérifier ce qui a été affiché, en complétant ce tableau de l'état de la mémoire :

valeur de a à la ligne 2	valeur de a à la ligne 4

8 Tableaux de variation et tableaux de signes

x	a		c		b
$f(x)$	$f(a)$	$\nearrow$	k	$\nearrow$	$f(b)$

x	a		c		b
$f(x)$	$f(a)$	$\searrow$	k	$\searrow$	$f(b)$

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{10}}{3}$		$\frac{-1+\sqrt{10}}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$\frac{1}{e-1}$	$\searrow$	0

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

9 Rédaction avec équivalences

Exemple

On raisonne par équivalence :

$$\begin{aligned}
(E) &\iff x-2\geq 0 \quad \text{et} \quad 4-x=(x-2)^2\\
(E) &\iff x\geq 2 \quad \text{et} \quad 4-x=x^2-4x+4\\
(E) &\iff x\geq 2 \quad \text{et} \quad 0=x^2-3x\\
(E) &\iff x\geq 2 \quad \text{et} \quad 0=x(x-3)\\
(E) &\iff x\geq 2 \quad \text{et} \quad (x=0 \quad \text{ou} \quad x=3)\\
(E) &\iff x=3
\end{aligned}$$

Exemple

Pour tout réel x, notons M le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse x, et M' le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse $-x$.

$\mathcal{C}_f$ est symétrique par rapport à Ω	$\iff$	Pour tout réel x, M et M' sont symétriques par rapport à Ω
	$\iff$	Pour tout réel x, le point Ω est le milieu du segment $[MM']$
	$\iff$	Pour tout réel x, on a $\dfrac{f(-x)+f(x)}{2}=\dfrac{1}{2}$

10 Mise en forme de calculs

Exemple

$$\begin{aligned}
f(-x)+f(x) &= \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}+\frac{e^{x}}{1+e^{x}}\\
&= \frac{e^{-x}(1+e^{x})+e^{x}(1+e^{-x})}{(1+e^{-x})(1+e^{x})}\\
&= \frac{e^{-x}+1+e^{x}+1}{(1+e^{-x})(1+e^{x})}\\
&= \frac{e^{-x}+1+e^{x}+1}{1+e^{x}+e^{-x}+1}\\
&= 1
\end{aligned}$$

Exemple

$$\begin{aligned}
\frac{x-1}{2x}-\frac{x+5}{2-x} &\geqslant 0\\
\frac{(x-1)(2-x)-2x(x+5)}{2x(2-x)} &\geqslant 0\\
\frac{-x^2+3x-2-2x^2-10x}{2x(2-x)} &\geqslant 0\\
\frac{-3x^2-7x-2}{2x(2-x)} &\geqslant 0
\end{aligned}$$

Exemple

$$\begin{aligned}
x_G &= \frac{x_A+x_B+x_C+2x_D}{5}=\frac{-7+1+7+2\times(-3)}{5}=\frac{-5}{5}=-1\\
y_G &= \frac{y_A+y_B+y_C+2y_D}{5}=\frac{1+(-3)+1+2\times 8}{5}=\frac{15}{5}=3
\end{aligned}$$

Donc G a pour coordonnées $(-1;3)$.

Exemple

$x^2 - x = 2$
$x^2 - x - 2 = 0$
$\Delta' = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2)$
$\Delta' = 1 + 8$
$\Delta' = 9 = 3^2 > 0.$
L'équation admet deux solutions
$x_1 = \frac{1-3}{2}$ et $x_2 = \frac{1+3}{2}$
$x_1 = -1$ et $x_2 = 2$

$x^2 - x = 12$
$x^2 - x - 12 = 0$
$\Delta'' = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-12)$
$\Delta'' = 1 + 48$
$\Delta'' = 49 = 7^2 > 0.$
L'équation admet deux solutions
$x_3 = \frac{1-7}{2}$ et $x_4 = \frac{1+7}{2}$
$x_3 = -3$ et $x_4 = 4.$

11 Tableaux

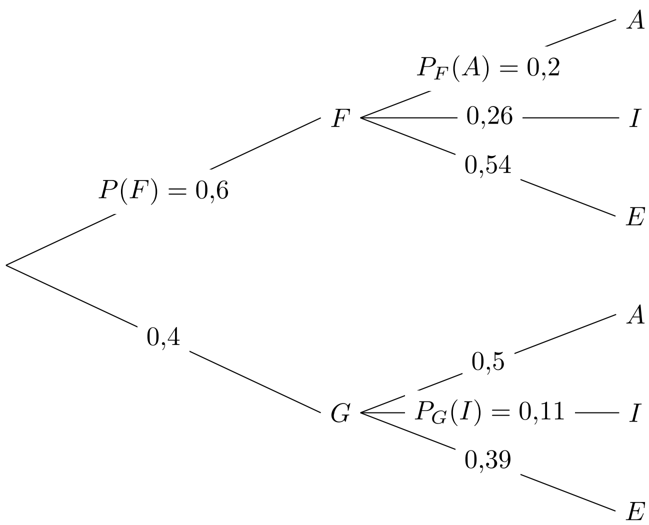
Exemple

n	0	1	2	3	4	5
x_n						
y_n						

Exemple

x	-5	-3	-1	1	3	5
$f(x)$		$-20{,}52$				

12 Arbre de probabilités



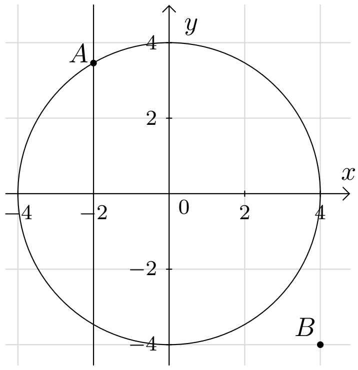
13 Une mise en page pour des exercices de devoirs

On ne respecte pas ici toutes les bonnes pratiques typographiques.
De plus, on pourrait utiliser des compteurs pour les numéros d'exercices et des environnements `enumerate` pour les différentes questions. On cherche surtout ici la compacité du document final pour réduire le nombre de photocopies. On cherche aussi de la simplicité dans le copier/coller (parfois en place plusieurs énoncés sur la même feuille, donc il n'y a pas de compteur à réinitialiser).
Attention : les exercices ci-dessous sont choisis uniquement pour illustrer la présentation (ils correspondent à un ancien programme de première S).

Exercice 1 [3 pts]
1. Quel est l'ensemble des réels x tels que

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad ?$$

2. Dans la figure ci-dessous, donner les coordonnées polaires des points A et B (aucune justification n'est demandée ; on donnera les mesures principales pour les angles polaires).



3. On donne un point avec ses coordonnées cartésiennes : $C\left(\sqrt{3};-1\right)$. Calculer ses coordonnées polaires.

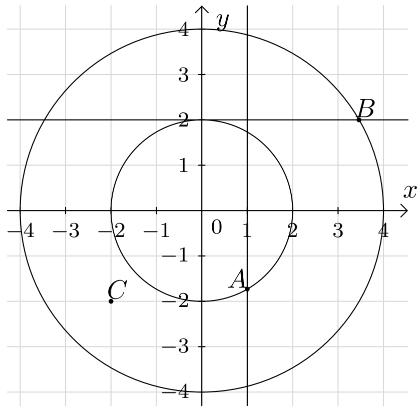
Exercice 2 [7 pts]
1. Calculer les valeurs exactes de $\sin\frac{17\pi}{6}$; $\cos\frac{17\pi}{6}$ et $\tan\frac{17\pi}{6}$.
2. Simplifier

$$\cos(-x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\cos(\pi-x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right).$$

3. Quel est l'ensemble des réels x tels que

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \ ?$$

4. Soit x le réel de $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ tel que $\sin x = \frac{1}{4}$. Calculer $\cos x$.
5. Dans la figure ci-dessous, donner les coordonnées polaires des points A, B et C (aucune justification n'est demandée ; on donnera les mesures principales pour les angles polaires).



6. On donne un point avec ses coordonnées polaires : $D\left(4;\frac{3\pi}{4}\right)$. Calculer ses coordonnées cartésiennes.
7. On donne un point avec ses coordonnées cartésiennes : $E\left(-1;-\sqrt{3}\right)$. Calculer ses coordonnées polaires.

Exercice 3 [2 pts]
1. Donner l'approximation affine locale de $(2+h)^5$ pour h proche de 0.
2. En déduire une approximation du nombre $2{,}001^5$.

Exercice 4 [2,5 pts] Pour chaque question, préciser sur quel ensemble la fonction f est dérivable (sans justifier cet ensemble) et calculer la dérivée de f.
1. $f(x) = 3\cos\left(3x+\frac{\pi}{2}\right)$.
2. $f(x) = x^3\sqrt{2-9x}$.

14 Exemples de symboles mathématiques

1. On pose

$$u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

2. Soit $(f_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, où pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\begin{array}{rccc} f_n & : & [0;1] & \to & \mathbb{R} \\ & & x & \mapsto & x^n(1-x). \end{array}$$

3. On note $E = \mathscr{C}([0;1],\mathbb{R})$ muni de $\|\cdot\|_\infty$, et $T : E \to \mathbb{R}$ l'application définie par :

$$\forall f \in E, \quad T(f) = \int_0^1 xf(x)\mathrm{d}x.$$

4.
$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{1-x} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n2^n}.$$

5. Dans $\mathscr{M}_3(\mathbb{C})$,

$$M = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 6 & -3 \\ -1 & 4 & 0 \end{array} \right).$$

6.
$$\lim_{n\to+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{n\sin\left(\frac{x}{n}\right)}{x(1+x^2)}\mathrm{d}x$$

7.
$$F \oplus F^\perp = E$$

8.
$$(L) \left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x' & = & 2tx & - & y & + & t\cos t \\ y' & = & x & + & 2ty & + & t\sin t \end{array} \right.$$

9.
$$SL_n(\mathbb{C}) = \{M \in \mathscr{M}_n(\mathbb{C}); \det(M) = 1\}.$$

10.
$$\left(q^{|n|}\right)_{n\in\mathbb{Z}}$$

11.
$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall \varepsilon > 0, P(|Y_n - p| \geqslant \varepsilon) \leqslant \frac{1}{4n\varepsilon^2}.$$

12.
$$\forall x \in E \setminus \{0\}, \quad \overrightarrow{\mathrm{grad}} f(x) = \frac{x}{||x||}$$

13.
$$\forall (x,y) \in U^2, \quad x\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) - y\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = x^2 - y^2.$$